



Cohomological Field Theories and Global Spectral Curves.

A. Popolitov

Summary

In my thesis I consider interplay between several different structures in mathematical physics. These structures are used to solve a large class of problems in enumerative algebraic geometry and combinatorics in a universal way. The problems can range from counting certain one-dimensional drawings on two-dimensional surfaces to counting maps of certain type from a two-dimensional surface to some higher-dimensional space. The structures that we study in this thesis allow to encode the solutions to this type of enumerative and combinatorial problems in some general compact form.

In one approach the solutions to the enumerative problems are encoded in a complex algebraic curve with certain functions on it. From this initial small set of data one can reconstruct the full solution with the help of a recursive procedure that is absolutely universal and does not depend on a particular problem.

In another approach the solutions to the enumerative problems are encoded as certain integrals over some complicated spaces that parametrize different complex structures on two-dimensional surfaces. This reveals that the solutions to the enumerative problems reflect the geometric properties of the space of complex structures, also in a universal way.

These two approaches turn out to be related in many different ways. In this thesis their relation is studied in the framework of an advanced differential geometric structure called Frobenius manifold.

Samenvatting

Dit proefschrift gaat over het samenspel van verschillende structuren in de wiskundige fysica. Deze structuren worden gebruikt om een grote klasse van problemen in enumeratieve algebraïsche meetkunde en combinatoriek op te lossen. De problemen kunnen variëren van het tellen van bepaalde eendimensionale tekeningen op oppervlakken tot het tellen van een bepaald type afbeeldingen van oppervlak naar een hogerdimensionale ruimte. De structuren die worden onderzocht in dit proefschrift laten de oplossingen van dergelijke enumeratieve en combinatorische problemen coderen in een aantal algemene compacte vorm.

In één benadering worden de oplossingen voor de enumeratieve problemen gecodeerd in een complex-algebraïsche kromme met daarop bepaalde functies. Uit deze kleine begindata kan men de volledige oplossing reconstrueren met behulp van een recursieve procedure die volledig universeel is en niet afhankelijk is van een bepaald probleem.

In één andere benadering worden de oplossingen voor de enumeratieve problemen gecodeerd als bepaalde integralen over een aantal ingewikkelde ruimten die verschillende complexe structuren op oppervlakken parametriseren. Hieruit blijkt dat de oplossingen voor de enumeratieve problemen de meetkundige eigenschappen van de ruimte van complexe structuren weerspiegelen, ook op een universele manier.

Beide benaderingen blijken op verschillende manieren samen te hangen. In dit proefschrift wordt het verband onderzocht in het kader van een geavanceerde differentiaalmeetkundige structuur genaamd Frobeniusvariëteit.